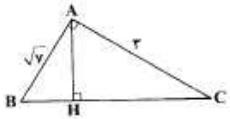
۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ارتفاع وارد بر وتر همواره در مثلث قائم‌الزاویه، دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی دیگر ایجاد می‌کند که باهم و با مثلث اصلی متشابه‌اند:




$ACH \approx ABH$

$(\text{نسبت تشابه})\, k = \frac{AC}{AB} = \frac{۲}{\sqrt{۷}}$

$\frac{S_{ACH}}{S_{ABH}} = k^{۲} = \frac{۹}{۷}$

نکته: اگر نسبت دو جز طولی متناظر دو مثلث متشابه $k$ باشد، نسبت مساحت هایشان $k^{۲}$ است.

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، تناسب و نسبت محیط و مساحت دو م ، و ، شماره : ۳۲۶۴۲۷

---

۲- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم نسبت مساحت‌ها، توان دوم نسبت تشابه است، بنابراین:

$k^{۲} = \frac{S}{S'} = \frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow k = \frac{۴}{۵}$

$k = \frac{h}{h'} \xrightarrow[h = ۲]{k = \frac{۴}{۵}} \frac{۴}{۵} = \frac{۲}{h'} \Rightarrow h' = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، محیط و مساحت اشکال متشابه ، و ، شماره : ۸۰۸۶۲۱

---

۳- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$\frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۱}{۲}\left(۱ \times \sqrt{۲}\right) \Rightarrow$ دو ضلع عمود بر همند  ضلع سوم $= \sqrt{۱ + ۲} = \sqrt{۳}$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، مساحت مثلث ، و ، شماره : ۱۸۸۵۴۳

---

۴- هرگاه اضلاع دو مثلث متناسب باشند دو مثلث متشابه هستند. مطابق گزینه‌ها، اعداد گزینهٔ ۳ با اضلاع مثلث مورد نظر متناسبند.

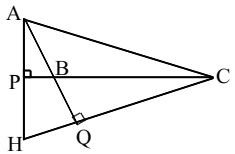
$\frac{۶}{۱۸} = \frac{۴}{۱۲} = \frac{۳}{۹}$

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ صحیح است.

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، تناسب سه ضلع ، و ، شماره : ۲۸۷۵۱

---

۵- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در حالت‌های دیگر، دو مثلث به حالت دو زاویه متشابه‌اند.




$\overset{\triangle}{ABP}, \overset{\triangle}{AHQ}: \begin{cases} \hat{P} = \hat{Q} = ۹۰^\circ \\ \hat{A} = \hat{A} \end{cases}$

$\overset{\triangle}{PHC}, \overset{\triangle}{AQH}: \begin{cases} \hat{P} = \hat{Q} = ۹۰^\circ \\ \hat{H} = \hat{H} \end{cases}$

$\overset{\triangle}{AQH}, \overset{\triangle}{BQC}: \begin{cases} \hat{B}_۱ = \hat{H} \\ \hat{Q}_۱ = \hat{Q}_۲ = ۹۰^\circ \end{cases}$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، تساوی دو زاویه ، و و ، شماره : ۳۳۷۲۷۲

هر گونه کپی برداری از تمامی یا بخشی از این صفحه ممنوع است.

شرکت راهبردهای نوین دانش
تلفن: ۶۶۹۰۳۴۸۰ ، نمابر: ۶۶۴۳۱۹۴۸

۶- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اضلاع دو مثلث متشابه نظیربه‌نظیر متشابه‌اند.

$$\begin{matrix} ۳ & \sqrt{۳} & a \\ \sqrt{۳} & ۱ & ۲ \end{matrix} \Rightarrow \frac{a}{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۱} \Rightarrow a=۲\sqrt{۳}$$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، حالات تشابه دو مثلث، و ، شماره : ۱۲۹۸۶۶

۷- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. با رسم ارتفاع در مثلث‌قائم‌الزاویه، سه مثلث با هم متشابه هستند:

$$A\overset{\triangle}{B}C \sim A\overset{\triangle}{B}H \sim A\overset{\triangle}{C}H$$

در این‌جا نسبت مساحت دو مثلث کوچک‌تر یک به چهار است، یعنی:

$$\frac{S_{ABH}}{S_{ACH}}=\frac{۱}{۴}=k^{۲}$$

$$k=\frac{AB}{AC}=\frac{۱}{۲}$$

بنابراین به رابطه‌ی فیثاغورس می‌توان گفت:

$$\frac{BC}{AB}=\frac{\sqrt{AC^{۲}+AB^{۲}}}{AB}=\sqrt{۱+\left(\frac{AC}{AB}\right)^{۲}}=\sqrt{۱+۲^{۲}}=\sqrt{۵}$$

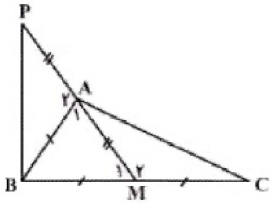
یعنی نسبت محیط $A\overset{\triangle}{B}C$ به محیط $A\overset{\triangle}{B}H$، $\sqrt{۵}$ است.

راه حل دیگر: چون نسبت مساحت دو مثلث کوچک‌تر یک به چهار است، داریم:

$$\begin{cases} S_{ABH}=x \\ S_{ACH}=۴x \end{cases} \Rightarrow S_{ABC}=۵x \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ABH}}=۵ \Rightarrow k=\sqrt{۵}$$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، تناسب و نسبت محیط و مساحت دو م، و ، شماره : ۳۵۵۱۰۶

۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم:




$$AB = BM \Rightarrow \widehat{M}_{۱} = \widehat{A}_{۱} \Rightarrow \widehat{M}_{۲} = \widehat{A}_{۲}$$

(مکمل‌های دو زاویه با هم برابرند.)

$$\begin{cases} AB = MC \\ AP = AM \\ \widehat{A}_{۲} = \widehat{M}_{۲} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} A\overset{\triangle}{B}P \cong A\overset{\triangle}{M}C \Rightarrow PB = AC$$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، مثلث های همنهشت، و ، شماره : ۳۴۶۷۶۱

۹- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. در گزینه‌ی ۲ و ۳، زاویه‌ی بین قطرها $۹۰^{\circ}$ است. در مورد چهارم نیز ذوزنقه نمی‌تواند با متوازی‌الاضلاع متشابه شود.

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، تشابه چند ضلعیها، و و ، شماره : ۳۳۷۱۲۷

هر گونه کپی برداری از تمامی یا بخشی از این صفحه ممنوع است.

۱۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر زوایای مقابل قاعده‌ها در دو مثلث متساوی‌الساقین مساوی باشند، زوایای مجاور قاعده‌ها نیز مساویند و با مساوی بودن قاعده‌ها، این دو مثلث به حالت (ز ض ز) همنهشت خواهند بود.

نکته درسی:

حالت‌های همنهشتی مثلث‌ها:

در حالت کلی: دو ضلع و زاویه‌ی بین - دو زاویه و ضلع بین - سه ضلع

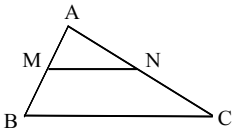
قائم‌الزاویه: وتر و یک ضلع زاویه قائمه - وتر و یک زاویه حاده

متساوی‌الساقین: قاعده و زاویه مقابل آن

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، تساوی مثلثها ، و و ، شماره : ۸۳۸۵۷۵

---

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. MN با BC موازی بوده و ۲ مثلث AMN و ABC متشابهند.




$$\frac{S_{ABC}}{A_{AMN}} = \left[\frac{AB}{AM}\right]^{۲} = ۲/۵^{۲} = ۶/۲۵$$

$$\frac{MA}{MB} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{AB}{MA} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، محیط و مساحت اشکال متشابه ، و و ، شماره : ۶۱۲۴۹

---

۱۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\widehat{ABC} : A = ۷۰^\circ \text{ و } B = ۵۰^\circ \text{ و } \hat{C} = ۶۰^\circ$$
$$\widehat{MNP} : \hat{M} = ۷۰^\circ \text{ و } \hat{N} = ۶۰^\circ \text{ و } \hat{P} = ۵۰^\circ$$
$$\Rightarrow \widehat{ABC} \approx \widehat{MNP}$$

چون $\hat{N} = \hat{C} = ۶۰^\circ$ , $\frac{S}{S'} = \frac{۹}{۴}$ پس:

$$\frac{AB}{MP} = \sqrt{\frac{۹}{۴}} \Rightarrow \frac{۱۸}{MP} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow MP = ۱۲$$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، تساوی دو زاویه ، و و ، شماره : ۱۶۴۱۹۲

---

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$\frac{AM}{AD} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{۳}{۲}$ ، دو مثلث متشابهند به طوری که نسبت تشابه برابر $\frac{۳}{۲}$ است پس نسبت مساحتهای آنها برابر $\frac{۹}{۴}$ یا $\frac{۴}{۹}$ است.

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، محیط و مساحت اشکال متشابه ، و و ، شماره : ۶۹۱۶۵

---

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر k نسبت تشابه باشد داریم:

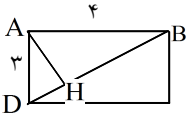
$$\frac{S_۱}{S_۲} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow (k)^{۲} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow k = \frac{۲}{\sqrt{۳}} \qquad \frac{a}{۱۸\sqrt{۳}} = \frac{۲}{\sqrt{۳}} \Rightarrow a = ۳۶$$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، تناسب و نسبت محیط و مساحت دو م ، و و ، شماره : ۶۹۲۰۵

---

هر گونه کپی برداری از تمامی یا بخشی از این صفحه ممنوع است.

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.




$BD^{۲} = ۲۵ \Rightarrow BD = ۵$

$S_{ABD} = \frac{۱}{۲}AB \,.\, AD = \frac{۱}{۲}AH \,.\, BD \Rightarrow ۶ = \frac{۱}{۲}AH \times ۵ \Rightarrow AH = \frac{۱۲}{۵}$

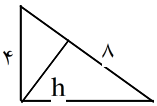
[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، مستطیل ، و ، شماره : ۶۵۴۹۱

---

۱۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$۱ , ۲, ۳, \Rightarrow \quad A = \frac{۱۸۰}{۶} = ۳۰ \quad , \quad B = ۶۰ \quad , \quad C = ۹۰^{\circ}$

مثلث قائم الزاویه به زاویه‌ی $۳۰^{\circ}$ درجه طول وتر دو برابر کوچکترین ضلع و برابر ۸ واحد است ضلع متوسط $۴\sqrt{۴}$ واحد است.

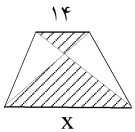



$۸ \times h = ۴ \times ۴\sqrt{۳} \Rightarrow h = ۲\sqrt{۳}$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، مساحت مثلث و قضیه فیثاغورث ، و ، شماره : ۱۰۷۰۳۶

---

۱۷- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. دو مثلث هاشور زده متشابه‌اند نسبت تشابه برابر نسبت ۲ قاعده است.




$K = \sqrt{\frac{S_{۱}}{S_{۲}}} = \sqrt{\frac{۴}{۹}} = \frac{۲}{۳}$

$\frac{x}{۱۴} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow x = ۲۱$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، تناسب و نسبت محیط و مساحت دو م ، و ، شماره : ۱۰۷۰۲۵

---

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اضلاع دو مثلث با هم متناسبند بنابراین ۲ مثلث با هم متشابهند. نسبت مساحت ۲ شکل متشابه برابر مجذور نسبت تشابه آنهاست. بنابراین خواهیم داشت:

$\frac{۴}{۶} = \frac{۶}{۹} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳\sqrt{۳}} \Rightarrow$ نسبت تشابه: $K = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{S}{S'} = K^{۲} = \left(\frac{۲}{۳}\right)^{۲} = \frac{۴}{۹}$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، محیط و مساحت اشکال متشابه ، و ، شماره : ۴۶۱۶۶

---

هر گونه کپی برداری از تمامی یا بخشی از این صفحه ممنوع است.

شرکت راهبردهای نوین دانش
تلفن: ۶۶۹۰۳۴۸۰ ، نمابر: ۶۶۴۳۱۹۴۸

۱۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$\overset{\triangle}{MNE}$ متساوی الاضلاع $\Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{N}_1 = E_1 = 60^\circ \Rightarrow M_2 = 180 - \overset{160}{\cancel{(100+60)}} = 20$

$\overset{\triangle}{MEC} : \Rightarrow \hat{C} = 180 - \overset{95}{\cancel{(75+20)}} = 85^\circ$

$\overset{\triangle}{MBC}$ مثلث متساوی الساقین $\hat{C} = 85 \Rightarrow A = 85^\circ \Rightarrow \hat{B} = 180 - \overset{170}{\cancel{(85+85)}} = 10$

$\overset{\triangle}{BNM} : N_2 = 180 - \overset{110}{\cancel{(10+100)}} = 70 \Rightarrow \hat{x} = 180 - \overset{130}{\cancel{(60+70)}} = 50$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، درس چهارم: حل مسئله در هندسه ، و دوره اول متوسطه(راهنمایی) - سوالات و مطالب تالیفی - سال تحصیلی ۹۵-۹۴ ، شماره : ۸۰۲۹۷۳

---

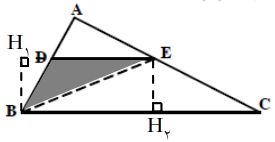
۲۰- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. این دو مثلث متشابه هستند زیرا اضلاع آنها نظیر به نظیر متناسبند.

$$\frac{4}{6} = \frac{\overset{16}{\overline{3}}}{8} = \frac{6}{9} \Rightarrow K = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{S}{S'} = K^2 = \frac{4}{9}$$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، محیط و مساحت اشکال متشابه ، و و ، شماره : ۸۱۹۰۷

---

۲۱- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. این بار برای محاسبه‌ی مساحت مثلث از فرمول (ارتفاع × قاعده × $\frac{1}{2}$ = S) استفاده می‌کنیم:




$$\frac{S_{EBC}}{S_{EBD}} = \frac{\frac{1}{2} BC \times \cancel{EH_2}}{\frac{1}{2} ED \times \cancel{BH_1}}$$

با توجه به این که $DE \parallel BC$ است پس: $BH_1 = EH_2$ می‌باشد. بنابراین:

$$\frac{S_{EBC}}{S_{EBD}} = \frac{BC}{ED}$$

با توجه به فرض: $\frac{AD}{DB} = \frac{4}{5}$ است بنابراین:

ترکیب در مخرج: $\frac{AD}{AD+DB} = \frac{4}{4+5} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{4}{9}$

با توجه به این که دو مثلث ADE و ABC متشابه‌اند:

$$\frac{\text{جزء}}{\text{کل}} = \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{4}{9}$$

بنابراین:

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{BC}{ED} = \frac{9}{4} = 2/25$$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، تشابه مثلثها ، و ، شماره : ۳۳۳۸۹۵

---

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{S}{S'} = k^2 \qquad k = \text{نسبت تشابه} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{4}{x} = \sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow x = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

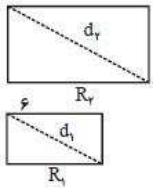
[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، محیط و مساحت اشکال متشابه ، و ، شماره : ۵۹۱۳۸

هر گونه کپی برداری از تمامی یا بخشی از این صفحه ممنوع است.

۲۳- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۴ مثلث مساوی متشابه‌اند. لوزی $\Rightarrow$ دو قطر متوازی‌الاضلاع عمود برهم

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، متوازی الاضلاع ، و ، شماره : ۱۲۹۷۹۱

۲۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در دو شکل متشابه نسبت مساحت‌ها برابر است با مجذور نسبت پاره‌خطهای متناظر آن‌هاست.




$$S_1 = ab \Rightarrow 12 = 2 \times b \Rightarrow b = 6$$

$$d_1 = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{S_2} = \left(\frac{2\sqrt{10}}{15}\right)^2$$

$$\Rightarrow S_2 = 12 \times \frac{225}{40} = \frac{135}{2}$$

$$d_2 = 15$$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، تشابه چند ضلعیها ، و ، شماره : ۲۷۱۱۵۸

۲۵- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۲ $\Rightarrow$ محیط نصف شده $\Rightarrow$ تمام اضلاع نصف شده اند

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، مساحت مثلث ، و ، شماره : ۴۳۶۰۸۳

۲۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. محیط مثلث ABC برابر است با: $5 + 8 + 11 = 24$. بنابراین نسبت تشابه دو مثلث از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

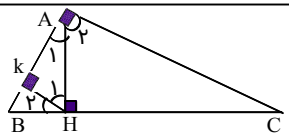
$$k = \frac{\text{محیط } \overset{\triangle}{ABC}}{\text{محیط } \overset{\triangle}{A'B'C'}} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$$

در نتیجه نسبت مساحت‌ها برابر است با:

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}{S_{\overset{\triangle}{A'B'C'}}} = k^2 = \frac{4}{25}$$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، تناسب و نسبت محیط و مساحت دو م ، و ، شماره : ۳۱۷۰۳۶

۲۷- با توجه به شکل تمام مثلثها غیر از گزینه ۱ دارای شرایط تشابه می‌باشند. طبق شکل خواهیم داشت:




$$\left.\begin{array}{l}\hat{B} + H_2 = 90 \\ \hat{H}_1 + H_2 = 90\end{array}\right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{H}_1 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\widehat{AHK} \sim \widehat{ABH} \\ \widehat{AHK} \sim \widehat{BHK}\end{array}\right.$$

به همین ترتیب:

$$\left.\begin{array}{l}\hat{B} = \hat{A}_2 \\ \hat{A}_1 = \hat{C} = \hat{H}_2\end{array}\right\} \widehat{AHC} \Rightarrow \sim \widehat{AHB}$$

(هر ۳ متمم زاویه $A_2$ هستند)

پس گزینه ۱ صحیح است. یعنی ABC و AKC دارای حالت تشابه نیستند.

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، تشابه مثلثها ، و ، شماره : ۱۶۵۴۸

۲۸- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{9}{6}\right)^2 = 2/25 \Rightarrow 2/25 \times 100 = 225$$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز]، تناسب و نسبت محیط و مساحت دو م ، و ، شماره : ۴۹۲۱۹۱

هر گونه کپی برداری از تمامی یا بخشی از این صفحه ممنوع است.

شرکت راهبردهای نوین دانش
تلفن: ۶۶۹۰۳۴۸۰ ، نمابر: ۶۶۴۳۱۹۴۸

۲۹- نسبت مساحت دو مثلث متشابه مجذور نسبت تشابه دو شکل است.

$$\frac{S_۱}{S_۲} = k^۲ = \left(\frac{۱}{۴}\right)^۲ = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow S_{\text{مثلث کوچکتر}} = \frac{۱}{۱۶} S_{\text{مثلث بزرگتر}} \Rightarrow S_{\text{مثلث بزرگتر}} = ۱۶ \times ۵ = ۸۰$$

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ صحیح سؤال است.

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، تناسب و نسبت محیط و مساحت دو م ، و ، شماره : ۲۹۶۵۴

۳۰- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. دو مثلث به حالت برابری سه زاویه با هم متشابهند. اگر K نسبت تشابه دو مثلث باشد داریم:

$$\frac{AM}{AD} = \frac{۲}{۷} \Rightarrow \frac{AM}{AD - AM} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{۲}{۵} = K$$

$$\text{نسبت مساحت‌ها} : \frac{S_۱}{S_۲} = K^۲ = \frac{۴}{۲۵}$$

[آزمون یار نگارش دانش‌آموز] ، تناسب و نسبت محیط و مساحت دو م ، و ، شماره : ۱۰۲۲۳۳

هر گونه کپی برداری از تمامی یا بخشی از این صفحه ممنوع است.